

Czeglédy István - Rozgonyi Tiborné

Tehetséggondozás az iskolai oktatásban

Tartalomjegyzék

A tehetségről általában	3.
I. A tehetség fogalmi megközelítései	3.
II. Kognitív modellek	9.
III. Teljesítményorientált modellek	12.
Tehetségnevelés tanórai keretekben és tanórán kívül	23.
A matematikai tehetség jellemzői	25.
Tehetségfejlesztés tanórákon	34.
Felhasznált irodalom	44.

A tehetségről általában

I. A tehetség fogalmi megközelítései

A társadalmak rendszerint a legkönnyebben felismerhető tulajdonságok mentén tesznek különbséget az emberek között. Ez okozhatja, hogy a rassz, a gazdasági szint és az etnikai háttér, az átlagtól eltérő – akár intellektuális, akár fizikai - teljesítmény mindig is fontos szerepet játszik történelmünkben, így többek között a nevelésben is. A pszichológiai és nevelési szempontból legfontosabb különbségek azonban nem mindig tartoznak a legkönnyebben felismerhető jegyek közé. Mint azt **Gyarmathy** (2008) kiemeli a tehetség nem egzakt tulajdonság, amely az egyén pontosan meghatározható jellemzője. A tehetség lehetőség az egyénben, amely a külső és belső tényezők interakciójában jön létre. A tehetség viselkedés és attitűd, értékrendszer és önészlelés. A tehetséges egyén gondolkodásmódjában és ennek következtében a világgal való kapcsolatában tér el az átlagostól. A szerző által felsorolt jegyek csak közvetve hozzáférhetők az észlelő számára, csak a nyílt viselkedésben, teljesítményekben realizálódik. Mi is tehát a tehetség?

„A tehetség olyasmi, amit feltalálunk, és nem felfedezünk. Az, aminek egyik vagy másik társadalom akarja, hogy legyen, és ezért az egyes társadalmak igénye szerint időről időre változik a fogalom. Ha a tehetség definíciója használható, akkor ez kedvező következményekkel jár mind a társadalom, mind az egyén számára. Ha a definíció nem eléggé hasznavehető, akkor értékes tehetségek vesznek el, és kevésbé értékeseknek jut a támogatás, bátorítás. Ezért fontos megértenünk, hogy mit jelent számunkra és mások számára a tehetség fogalma.” (Sternberg és Davidson, 1990)

A tehetség, mint a képességek általában, különböző szinten jelenhet meg. Épp e sokféle megjelenési mód kínál lehetőséget a tehetség változatos fogalomértelmezésére, s modellálására egyaránt. Áttekintve a kutatásokat, először **Galton** (1869)nevét kell megemlítenünk. Bár ő kifejezetten az intelligencia természetével és mérhetőségével foglalkozik, mégsem tekinthetünk el tőle, hisz őt tekintjük a modern méréselmélet

megteremtőjének is. Galton a tehetséget az intelligenciával azonosítja, illetve a kivételes válaszok előfordulásának gyakoriságával/ ritkaságával azonosítja a tehetséget. Ezen álláspont szerint a tehetség az, amiből mindig kevés van, ami az életet könnyebbé, biztonságosabbá, egészségesebbé és érthetőbbé teszi.

Terman (1926) kutatásaiban a tehetséges gyerekek azonosítását illetve a gyermekkori tehetség és a felnőttkori kimagasló teljesítmény közötti viszony feltérképezését tűzi ki célul. Vizsgálataiban a 140 IQ feletti intelligenciahányadossal rendelkező gyerekek kerülnek a tehetségesek csoportjába. Úgynevezett követéses vizsgálatot indít 1500, az intelligenciatesztek alapján kiválasztott tehetséges gyerek bevonásával. Az emberek, így a gyerekek is megkülönböztethetők értelmi képességeik alapján, és ezek a mentális jegyek mérhetők IQ pontszámokkal. Feltételezi, hogy a tehetségesek azok, akik a legnagyobb százalékokat érik el az intelligencia tesztekben. Feltérképezi nem csak a gyermek továbbhaladását, hanem a családi hátteret, fizikai adottságot, iskolákat, érdeklődést és egyéb személyiségjegyeket is. Vizsgálatainak eredményét a „Genetic Studies of Genius” könyvében jelenteti meg. Terman a magas intelligenciával véli azonosítani a tehetséget, s az intelligencia és tehetség személyben rejlő lényegét az absztrakciós, logikai és ítéletalkotási képességekben látja. Ugyanakkor kiderül, hogy nem a legintelligensebb gyerekekből lesznek a legnagyobb tudósok, hanem a környezeti tényezők, motivációjuk, kitartásuk és egyéb személyiségjegyeik is jelentősen befolyásolják további pályájukat. A kiváló képesség realizálása tehát jelentős mértékben a környezeti és személyiségfaktorokon múlik.

Mint azt Gyarmathy (2007) is kiemeli Terman tehetség vizsgálataira hivatkozva: a tehetségesek és a nem tehetségesek ugyanazokkal a készségrendszerekkel rendelkeznek, csak azok színvonalában, alkalmazási képességében térnek el, s ebben a környezeti tényezők nem hagyhatók figyelmen kívül.

Vonásorientált definíciók csoportjába sorolható a **Gardner** (1983) többféle intelligenciára, illetve vonásra vonatkozó elképzelése is. Arra a következtetésre jut, hogy nincs egy mindent átfogó intelligencia, mivel annak számos különböző megjelenési formája van. Szerinte az egyes intelligenciák különállóak és függetlenek a

többiekétől. Annak ellenére, hogy ezek az intelligenciák különállóak, valamifajta interakcióban vannak egymással, hiszen legtöbbször egy-egy probléma megoldásában egyszerre többet kell mozgósítanunk. Az egyes intelligenciák egymástól eltérő fejlettséget mutatnak, és az egyes területeken megjelenő képességek nem utalnak semmikor mértékben a más területeken mutatott képességekre. Neuropszichológiai alapú modelljében az alábbi intelligencia-fajtákat különbözteti meg:

- nyelvi,
- zenei,
- logikai-matematikai,
- téri,
- testi-kinesztetikus,
- interperszonális
- intraperszonális

Szerinte a tehetség veleszületett képességekből és a megfelelő támogató környezettel való interakció folytán alakul ki. Ez pedig, már túlmutat Terman álláspontján, hisz a környezet egyértelmű szerepet kap.

Nem tisztán vonáselméleti megközelítés a **Landau** által képviselt gondolatsor, mégis itt kívánunk rá utalni, amennyiben Landau (1980) a jó képességű ember alapvonásaként értelmezi a tehetséget.

Mint azt **Tóth** (2007) a vonásorientált teóriákról kiemeli: ezek az elméleti konstrukciók gyarapítják a tudásunkat a tehetség jellemzőiről, s a tehetség fejlődéséről egyaránt, s ez végső soron a tehetséges emberek teljesítményének jobb megértéséhez vezet.

Feldman és **Goldsmith** (1986) a tehetséget a csodagyerekkel azonosítja. Szerintük a tehetség már igen korai gyermekkorban megmutatkozik, s a későbbi élettapasztalatok sok esetben rontják a tényleges kibontakozás esélyeit.

Spearman (1927) szerint létezik egy általános kondíció vagy képesség, amit általános intelligenciának nevez. Álláspontja szerint az intellektuális teljesítmény egy általános faktorra (general factor, „g” faktor) vezethető vissza. Ez a „g” faktor két

komponensből áll: a reprodukív képességből és a következtetési képességből. Ezek a képességek hatnak egymásra és együttműködnek a kognitív folyamatokban. Mint azt Bodnár (2006) is kiemeli, az oktatás a reprodukív képességet részesíti előnyben, pedig hosszútávon a következtetési képesség jelzi jobban az egyén teljesítményét. A „g”-faktorral kapcsolatban Balogh (2000) a következőket emeli ki: egyrészt a specifikus tényezők ellenpontosására szolgál, másfelől pedig információkat nyújt a tehetséges gyerekekkel foglalkozó felnőttek számára. Ez az információ a gyerek természetéről, fejlődéséről és oktatási igényeiről szól.

A tehetség fogalmának kiterjesztése igényként fogalmazódik meg mind a pszichológiai kutatók mind az iskolai gyakorlat képviselői, mind a technikai, műszaki világban dolgozók számára egyaránt. Szükségszerűvé válik egy olyan definíció, amit több-kevesebb sikerrel mindenki tud alkalmazni a maga területén. Fejlődéslélektani aspektusból és az iskolai gyakorlat szemszögéből egyaránt elfogadottnak tekinthetjük Marland meghatározását.

Marland (1972) szerint tehetséges gyerekek számítanak azok a gyerekek, akiknél szakemberek valamilyen kimagasló adottságot és olyan tényleges vagy potenciális képességet állapítanak meg, amely révén rendkívüli teljesítmények megvalósítására alkalmasak, mégpedig egy vagy több területen. E területeket Marland az alábbiakban különíti el:

- általános intellektuális képesség,
- specifikus tanulási (iskolai) képesség,
- kreatív gondolkodás,
- vezetői rátermettség,
- művészi adottságok,
- pszichomotoros képességek.

Ezen specifikáció szerint tehetségesnek tekinthető az a gyermek is, aki csak egy területen mutat kiemelkedő képességet, s más területen akár átlag alatti teljesítményt is nyújthat.

Ez a tehetség-definíció az intelligencián kívül a kiemelkedő képesség egyéb területeire is kiterjed, továbbá az azonosítás kritériumaként a teljesítményt és a képességet egyaránt elfogadja.

Gyarmathy (1998) szerint a hat kategória elismerten egyforma fontossággal bír, ugyanakkor a tehetségazonosítás döntően az intellektuális képességekre centrál. Ugyanezt hangsúlyozza **Gagne** (1993) is, azaz a tehetség szerinte sem szűkíthető le csupán az intellektuális tehetségre.

Marland tehetség-meghatározása összeillik számos intelligenciakutatással. Ugyanis Marland a kreativitást, a tehetség önállóan létező megnyilvánulásának tekinti. **Taylor** (1967) többféle tehetségről beszél. Megkülönböztet iskolai, produktív gondolkodó, kommunikáló, előrejelző, döntéshozó és tervező tehetséget.

Ogilvie (1973) szerint az, hogy tehetséges valaki azt jelenti, hogy kiemelkedő általános vagy speciális képességekkel rendelkezik egy szélesebb vagy szűkebb területen. Ezen meghatározáson belül hat területet különböztet meg:

- kiváló fizikai adottságok,
- technikai őstehetség,
- képző- és előadó-művészet,
- kiemelkedő vezetői képességek és szociális tudatosság,
- kreativitás,
- magas intelligencia.

Mint látjuk Ogilvie kiszélesíti a tehetség fogalmát. Meghagyva az intelligencia, a kreativitás „erejét” számol olyan képességekkel is, melyek nem mutatnak szoros összefüggést az iskolai léttel és az iskolai teljesítménnyel.

Anderson (1998) minimális kognitív felépítést leíró modelljében az intelligencia egyének közti különbségeit elsősorban az alapvető feldolgozó mechanizmus eltérő sebességéhez köti. Elmélete komputációs szemléletű, amelyben a különböző feldolgozók és modulok együttműködése által jönnek létre a különböző kognitív teljesítmények, az intellektuális viselkedésnek valóban a minimális alapjait vizsgálja. Elmélete jól magyarázza a kiemelkedő képességű egyéneknél mutatkozó intelligencia-strukturán belüli nagyobb különbségeket. Gyarmathy (2007) azért is emeli ki a különbségtételt okozó tényezőket, mivel ez egyértelműen magyarázza a részképesség hiánnyal küzdők más területeken mutatott tehetség mutatóit.

II. Kognitív modellek

Ha a tehetséget a megismerési folyamatok szerveződésének oldaláról közelítjük meg, akkor un. kognitív modelleket találunk.

Az első, és elméletileg is alaposan átgondolt emberi intelligencia- és képességmodellt L.L. **Thurston** (1938) vezeti be. Elsődleges mentális képességelméletében azt állítja, hogy hét elsődleges intelligenciátényező vagy intelligenciaképesség létezik.

Úgy, mint

- a *szókincs folyékonysága*, az a képesség, amivel valamilyen ösztönzés (látvány, szóinger, érzés) hatására sok szó jut az eszünkbe,
- a *verbális felfogás* az a képesség, amivel szavak jelentésére következtetünk,
- a *számolási készség* az a képesség, amivel eszközök nélkül, pusztán számok segítségével aritmetikai feladatokat tudunk megoldani,
- a *memória* – alapvetően a verbális és vizuális új információ egyszerű vagy gépies memorizálását jelenti,
- az *indukció* olyan képesség, amely a verbális, a numerikus vagy a képi anyag megvizsgálását teszi lehetővé, és a vizsgálatból egy általánosság, egy szabály, egy koncepció vagy egy elv fogalmazódik meg,
- a térbeli percepció az a képesség, amivel a térben levő tárgyakat látjuk, és azokat különböző elrendezésben vizualizáljuk, alapvetően a téri tájékozódást szolgálja,
- a percepció sebessége pedig az a képesség, amivel az apró aspektusokat, a képek, a szavak stb. elemeit a lehető leggyorsabban felismerjük.

Mint a modellből is láthatjuk, ez az elképzelés kifejezetten az iskolai tanulással szerezhető készségekre és képességekre összpontosít, s alapjaiban Spearman gondolataira épít.

A képesség és a tehetség fogalmi összemosódása vagy épp azonosítása számos munkában megtalálható. Nem véletlen ez, hisz a 20. század kutatóinak jelentős része

valamely iskola elkötelezett híve, s az ott érvényes elképzeléseket kívánja érvényesíteni tehetségről vallott nézeteiben is.

Terrassier (1985) a kiemelkedő teljesítmények létrejöttét három faktor együttesének tulajdonítja. Ezek: kognitív, affektív, szociális összetevők. A legtöbb tehetség sokféleképpen kiegyensúlyozatlan ezen faktorok fejlettségét tekintve. Ezt a jelenséget Terrassier disszinkronitás elméletében írja le. (Bővebben: Gyarmathy 2007.)

A kognitív modellalkotás egyik kiemelkedő képviselője **Sternberg** (1991). Modelljében hármasszerű alapú intelligenciaszerkezetet javasol, mely három alapvető információfeldolgozási képességből áll. Úgy mint metakomponensek, teljesítménykomponensek és ismeretszerzési komponensek.

A metakomponensek tervezésből, ellenőrzésből és értékelési funkcióból állnak. Nagyban hasonlítanak a metakogníció folyamataira. Ez a komponens az alábbi alfunkciókból tevődik össze:

1. a létező problémák felismerése,
2. a problémák természetének tisztázása,
3. a problémamegoldás megtervezése,
4. a megoldási stratégia kiválasztása,
5. a megoldási folyamat mentális reprezentálása,
6. a tevékenység mentális erőforrásainak összehívása,
7. a megoldási folyamat ellenőrzése,
8. a problémamegoldó sorozat végén a sikeresség elbírálása.

A teljesítménykomponensek azok a mentális folyamatok, amelyek a metakomponensi tevékenységet viszik véghez. Ezek a készségek vagy képességek ismeret-területenként változnak. Alacsonyabb szintű mentális operációként tartjuk számon, és természetükből kifolyólag automatikusabbak, mint a nagyban kognitív metakomponensek.

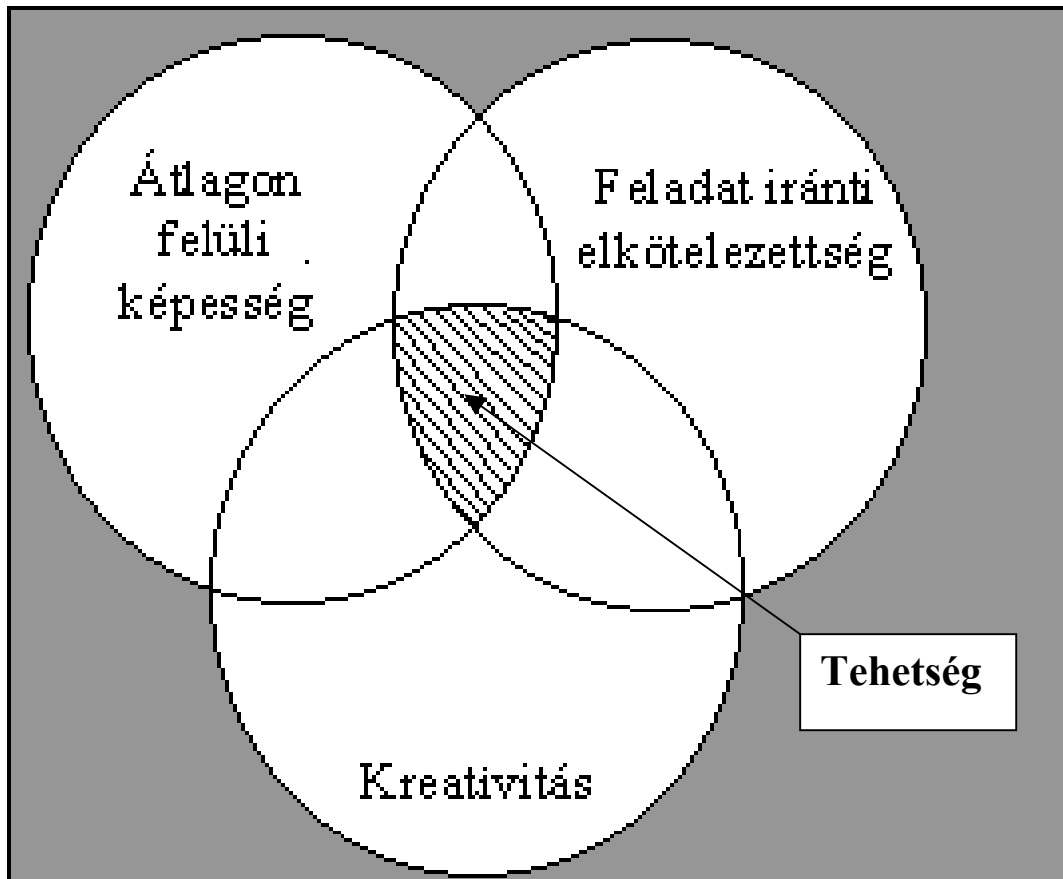
Az ismeretszerzési komponensekbe a belátás három elkülönülő, de egymással összefüggő pszichológiai folyamata tartozik:

1. *a szelektív kódolás* az a képesség, melynek révén a releváns és irreleváns információk elkülönülnek egymástól, megtörténik a lényegtelen információk kiselejtezése, s a relevánsaknak kiemelése és azoknak a hosszú távú memóriába történő beépülése.
2. *a szelektív kombináció* az a képesség, amelynek révén a releváns információk újszerűen és produktív módon kombinálódnak, melynek révén sémákat hozunk létre, fogalmakat alkotunk a minket körülvevő világról, s benne önmagunkról, valamint ötleteket „gyártunk” valamely elképzelés kivitelezésére.
3. *a szelektív összehasonlítás* az a képesség, aminek révén a friss információk újszerű módon kapcsolódnak össze a régi információkkal, s melynek eredményeként újszerű összefüggések jöhetnek létre jelen és múltbeli információk között.

Strenberg intelligencia-felfogásának központi eleme a feladat újszerűségének belátása és az erre való reagálás. A belátásos teljesítmény az ismeretelsajátítási és problémamegoldási készségekben mutatkozik meg, tehát ezek a tehetség mutatói. Minél jobb ezekben az egyén, annál nagyobb intellektuális tehetséggel rendelkezik. Ugyanakkor felhívja a figyelmet a kontextuális hatásra. Szerinte ugyanis az intelligens viselkedés kontextus-függő, vagyis jobban viselkedhetünk olyan környezetekben, amiket igényeink szerint átalakíthatunk, vagy amiket mint számunkra legmegfelelőbbeket magunk választhatunk.

III. Teljesítményorientált modellek

A töbttényezős elméletek közül először a Renzulli-modell jelenik meg. **Renzulli** (1978) e modellben a tehetségnek három összetevőjét emeli ki: átlagon felüli képesség, kreativitás és feladat iránti elkötelezettség.



1. ábra: Renzulli triász-modellje

A három kör a személyiségen belüli egymásra ható fő területeket jelöli, s ezek metszéspontjában található a tehetség. A továbbiakban tekintsük át a tehetség három legfontosabb összetevőjét!

1. **Képességek** (adottságok, készségek, diszpozíciók) különleges teljesítményekre, mely képességek különböző területeken nyilvánulhatnak meg
 - 1.1. Az **intellektuális képességek** (általános és specifikus) a legismertebbek és a legkönnyebben mérhetők. Ide tartozik a logikus gondolkodás, a következtési

képesség, a figyelem, az emlékezet és az absztrakció. Az intellektuális képességek kiemelkedő szintje szükséges ahhoz, hogy – egyéb tényezők megléte esetén – valaki intellektuális teljesítményt hozzon létre a természettudományok, a matematika, a nyelvek vagy bármely más tudományág területén. A művészi vagy sport tehetség esetén kiemelkedő intellektuális képességek nem feltétlenül szükségesek, de legalább átlagos szintjük általában feltétele a tehetség kibontakozásának.

1.2. A **művészi képességek** általában jól felismerhetők, és többnyire a környezet is elfogadja, értékeli, néha túlértékeli. Rendszerint korán megmutatkoznak, de motivációs-akarati tényezőktől és a környezet serkentő-gátló hatásaitól is függenek.

1.3. **Pszichomotoros képességek** mindenütt szerepet játszanak, ahol testi ügyességre vagy kézügyességre van szükség, ezért igen sok formában jelenhet meg. Feltétele annak, hogy valaki sport vagy tánc területén sikeres legyen (testi ügyesség), de nélkülözhetetlen szakipari munkákban (kézügyesség) is, mint például műbútorasztalos, műszerész, kőfaragó, stb.

1.4. A **szociális képesség** kommunikációs, empátiás készség, vezetői-szervezői tulajdonságokat tartalmaz. Abban fejeződik ki, hogy valaki a társas viszonyok bonyolult rendszerében jól kiismeri magát, hatékonyan tud cselekedni, befolyásolni, irányítani tud másokat, saját elképzelését másokkal el tudja fogadtatni, jó kapcsolatokat tud kialakítani. Erre a tehetségre éppoly szüksége van egy tanárnak, mint egy vezetőnek, egy eladónak vagy egy menedzsernek.

2. A **kreativitás**, az alkotóképesség minden vonatkozásban újdonságelemet tartalmaz. Az alkotó ember jellegzetes vonása a magas szabadságigény, a függetlenségre törekvés, a kritikusság, a kezdeményező-készség, a bátorság. A kreatív személy gondolkodásának fő vonása a sokféle kapcsolat keresése, az úgynevezett divergens gondolkodási mód. A konvergens módon gondolkodó egyén kínos pontossággal szorítkozik a kezdetben megadott adatokra, ellenőrzi azokat, óvatosan, pontosan következtet, anélkül, hogy kockáztatna. A divergens gondolkodásmód lényege új formák teremtésének a képességében van, abban, hogy olyan elemeket kapcsol

össze, amelyeket rendszerint egymástól függetlennek vagy össze nem tartozónak tartunk. A kreatív ember egy konvergens, egy helyes megoldásra irányuló gondolkodás helyett/mellett divergens módon is gondolkodik, azaz többféle helyes válaszra törekszik, és ehhez a legkülönbözőbb, a témához nem feltétlenül tartozó ismereteit is felhasználja. Találón jegyzi meg Mérei (1973): a kreatívokról: ők azok, akik nem alkalmazkodnak, hanem létrehoznak, nem megtanulnak valamit, hanem rátalálnak valamire, vagy kitalálnak valamit.

Először Guilford volt, aki leírja az alkotóképes ember megkülönböztető személyiségjegyeit, és ábrázolja modell segítségével. Guilford jegyeket és adottságokat különböztet meg. A jegyek viszonylag tartós vonások, melyek az egyik egyént a másiktól megkülönböztetik. Az adottság teszi lehetővé, hogy az egyén bizonyos dolgokat megtanuljon. Ezt az adottságot az öröklés, a környezeti hatások vagy pedig e két tényező interakciója határozza meg. Modellje alapján a kreatív személyiséget a következő jegyek jellemzik: originalitás, fluencia, flexibilitás, elaboráció, szenzitivitás és redefinitio.

2.1. Az **originalitás** (eredetiség) azt jelöli, hogy egy gondolat, egy megoldás mennyire egyedi, ritka, nem szokványos, nem hétköznapi. Az eredetiségben a fantázia ereje jelenik meg, s ez arra irányul, hogy az egyén elszakadjon az adott szituációtól, és új asszociációs kapcsolatban strukturálja a helyzetet. Következésképp ezt a faktort a távoli asszociációk jellemzik.

2.2. A **fluencia** (hajlékonyság) a gondolkodásnak azt a könnyedségét, gördülékenységét jelzi, amivel különböző gondolatok, ötletek, megoldások, asszociációk előtörnek. Három altényezőből áll: a szótalálás gyorsasága, az asszociációk gyorsasága és a fogalomalkotás gyorsasága. Problémahelyzetben, ötletgazdagságban fejeződik ki.

2.3. A **flexibilitás** (rugalmasság) a gondolkodás sajátossága, egyfajta szellemi rugalmasság, mely a szempontváltás képességét mutatja, s azt teszi nyilvánvalóvá, hogy az egyén saját ötleteit miképp képes variálni, s közben mindannyiszor szempontot váltani. Segít az egyik témáról, elemről a másikra való átváltásban, egy ismeretnek más összefüggésben történő felhasználásában,

a gondolkodás kitaposott útjának elhagyásában, a már ismerttől való elszakadásban. Ez a változó lényegében az igényekhez, a feltételekhez való alkalmazkodást, a gondolkodás mozdulatlanságából való szabadulást, a spontán átváltási képességet jelenti.

2.4. Az **elaboráció** (kidolgozottság) azt a képességet jelenti, hogy az egyén mennyire tudja a felmerülő ötleteket megvalósítani. Tehát a problémamegoldás azon szintje, amelyen már mások is tudják hasznosítani az új gondolatokat, felfedezéseket.

2.5. A **szenzitivitás** (problémaérzékenység) a külvilággal szembeni nyitottság. Ez egyrészt az újabb és újabb problémák észlelését teszi lehetővé, másrészt pedig a bonyolult összefüggések gyors áttekintését eredményezi.

2.6. A **redefinitio** (átfogalmazó képesség) teszi lehetővé egy probléma más nézőpontból történő értelmezését. A kreatív ember nyitott, kételkedik a magától értendő dolgokban is, nincsenek előítéletei és nincsenek számára tabu témák. Lényegében a megszokott eljárások felülvizsgálata, átalakítása történik e képesség birtokában.

3. **Feladatelkötelezettség** ez az aspektus az energetizáló, a dinamizáló, a motiváló tényező. Az, hogy a képességek realizálódnak-e valamilyen teljesítményben javarészt ettől a komponenstől függ. Összetevőit a szerző az alábbiakban nevezi meg:

3.1. **Kíváncsiság, érdeklődés, tudásvágy.** Talán a legfontosabb, semmi mással nem pótolható motivációs tényező. A gyermeki kíváncsiság mindenki jellemzője. Ám idővel a többség elveszíti ezt a fajta nyitottságát, s megmarad az ismert „utakon”. A tehetséges ember élete végéig megőrzi kisgyermeki kíváncsiságát, tudásvágyát. Ez a kíváncsiság, a miértek keresése a legfőbb hajtóereje az ismeretszerzésnek, annak, hogy valaki egy vagy sokféle dologról minél többet akarjon megtudni.

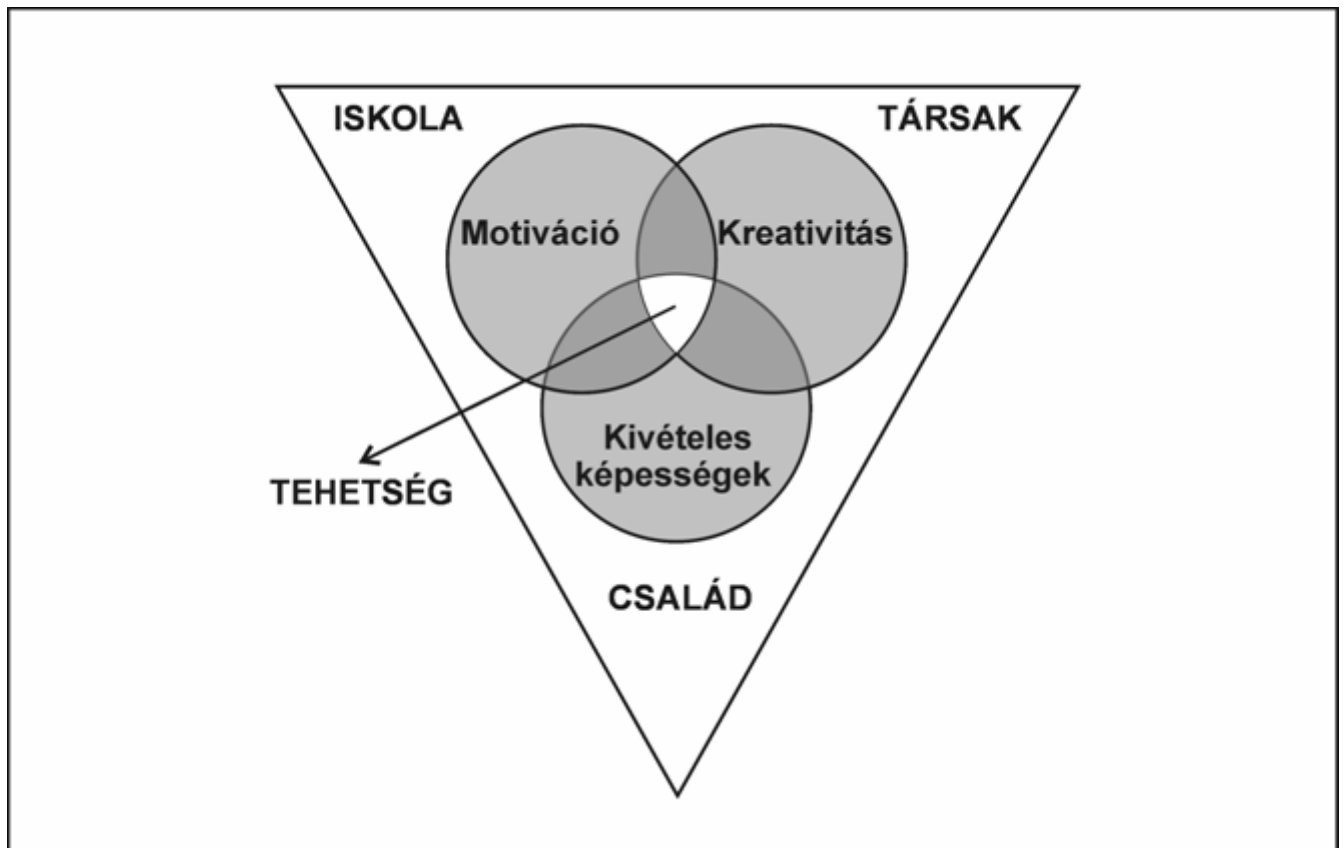
3.2. **Szorgalom, kitartás.** A kíváncsiság nélkülözhetetlen kiegészítője. Csak ez biztosíthatja, hogy egy gyerek az őt érdeklő dolgokat valóban alaposan elsajátítsa, jól megcsinálja, a szükséges készségeket kialakítsa. A tehetséges

gyerekek általában erősen érdeklődésvezéreltek, az őket izgató feladatokban kitartó erőfeszítéssel, emocionális fűtöttséggel, megszállottan dolgoznak.

3.3. Becsvágy, teljesítménymotiváció. Az a belső erő, ami a gyereket a kiválóság felé hajtja, amiért a feladatát a lehető legjobban meg akarja csinálni, és ki akar tűnni a többiek közül. Amennyire egészséges és hasznos a jó teljesítményeken alapuló és a személyiség egészébe integrált becsvágy, annyira veszélyesek lehetnek ennek torzulási, éppúgy, mint bárminek a kiegyensúlyozatlansága vagy eltúlzása.

Renzulli a tehetség fogalmáról és fejlesztéséről vallott álláspontját a következőképp összegzi: A tehetség olyan viselkedésformákból áll, amelyek az emberi vonások három alcsoportjának – képesség, kreativitás, feladat iránti elkötelezettség-interakcióját tükrözik. A tehetséges viselkedést felmutató egyének azok, aki ezekkel a jegyekkel rendelkeznek, vagy ki tudják fejleszteni őket, és azokat az emberi teljesítmény bármilyen potenciálisan értékes területén hasznosítják.

Renzulli modelljét Mönks (1997) fejlesztette tovább. Ez a modell egy személytriászból és egy környezeti triászból áll.



2. ábra: Mönks tehetség-modellje

A személytriászban a feladat iránti elkötelezettség helyébe a motiváció lép, amely magában foglalja a feladat iránti elkötelezettséget, a kockázatvállalást, a kilátást, az anticipációt és a tervezést is. A környezeti triász a családot, az iskolát és a kortárs csoportot is magában foglalja, tehát mindazokat a fő szociális területeket, amelyben a gyermek, felnőtt. Ezek a triász-elemek lényegében társadalmi pilléreként funkcionálnak, s szerepük a személyi triász fejlődéséhez szükséges feltételek biztosítása.

- A társadalmi pillérek közül a *család* játsza a legfontosabb szerepet a tehetség nevelésében. Ez tudja biztosítani a gyermek egészséges, kiegyensúlyozott fejlődéséhez szükséges feltételeket.

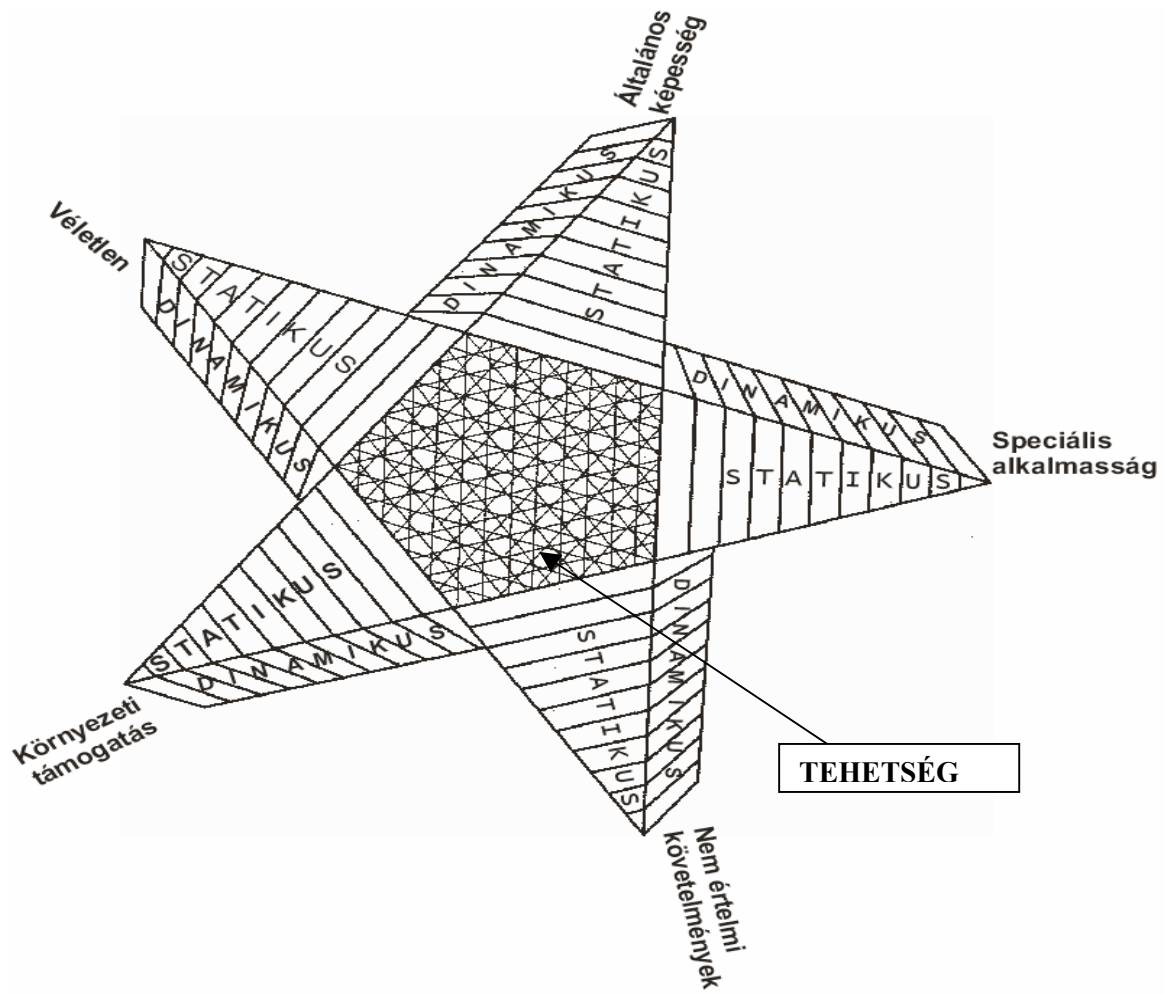
- Az *iskola* szintén fontos pillér. Beleértjük mind a vezetést, mind a tantestületet. Az iskola felelőssége az alkotáshoz, a kibontakozáshoz szükséges légkör biztosítása.
- A harmadik pillért a *társak* jelentik. Társaknak azokat a gyerekeket nevezi Mönks, akik hasonló fejlettségi fokon állnak. Mint megjegyzi, a nem azonos szinten álló osztálytársak komolyan gátolhatják a tehetséges gyermek intellektuális, de egész pszichológiai fejlődését.

A tehetség megjelenése és fejlődése nagymértékben függ a támogató környezettől. A szellemi társak vagy a fejlődés szempontjából egyenrangú személyek fontos emberek, akikre szükség van az egészséges szociális és pszichológiai fejlődés szempontjából. Minden gyermeknek szüksége van társakra, akikkel interakcióba léphet, és akiktől tanulhat. Nincs ez másként a tehetségeseknél sem.

Mönks a tehetség fogalmát az alábbi leírással adja meg: „A tehetség három személyiségjegy interakciójából jön létre. Ennek a három jegynek az egészséges fejlődéshez megértő, támogató társadalmi környezetre van szükség (család, iskola, társak). Más szóval a hat faktor pozitív interakciója a tehetség megjelenésének előfeltétele. (Mönks&Knoers, 1997.)

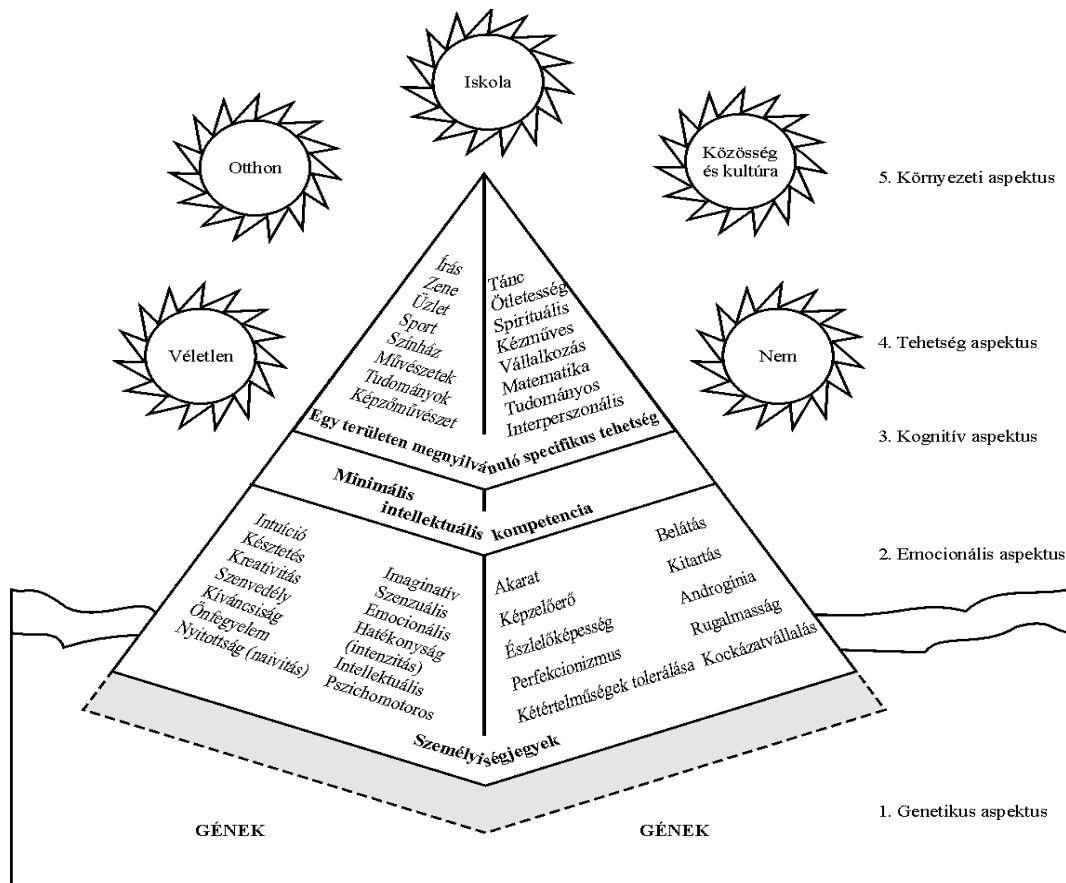
Tannenbaum (1983) tehetségelméletében öt elem interakciójaként értelmezi a tehetség megjelenését. Ezek: az általános képességek, a speciális képességek, a nem intellektuális tényezők, a környezeti tényezők valamint a szerencse.

Az általános képességek végső soron az intelligenciatesztekkel mérhető „g” faktornak felelnek meg. A speciális képességek a környezet elismerését kiváltó kivételességet jelölnek; a nem intellektuális tényezők olyan személyes képességek, melyek a személy karakterológiai jellemzőivel vannak szoros összefüggésben, mint énkép, önértékelés, motiváció, feladatorientáció; a környezeti tényezők között a Mönks által leírt faktorokat találjuk; s az utolsó a szerencse vagy talán a véletlen, amely létező lehetőségek sokaságát kínálja, hiánya viszont gúzsba köt.



3. ábra: Tannenbaum-csillaga

Piirto (1999) a tehetség problematikáját a gondozás oldaláról közelíti meg. Ennek megfelelően megnevezi és definiálja mindazokat a tényezőket, melyeknek kitüntetett szerepe van/lehet a tehetség megmutatkozásában és kiteljesedésében.



* Tehetség 'elhivatottsággá' válik

4. ábra: Piirto tehetség piramis

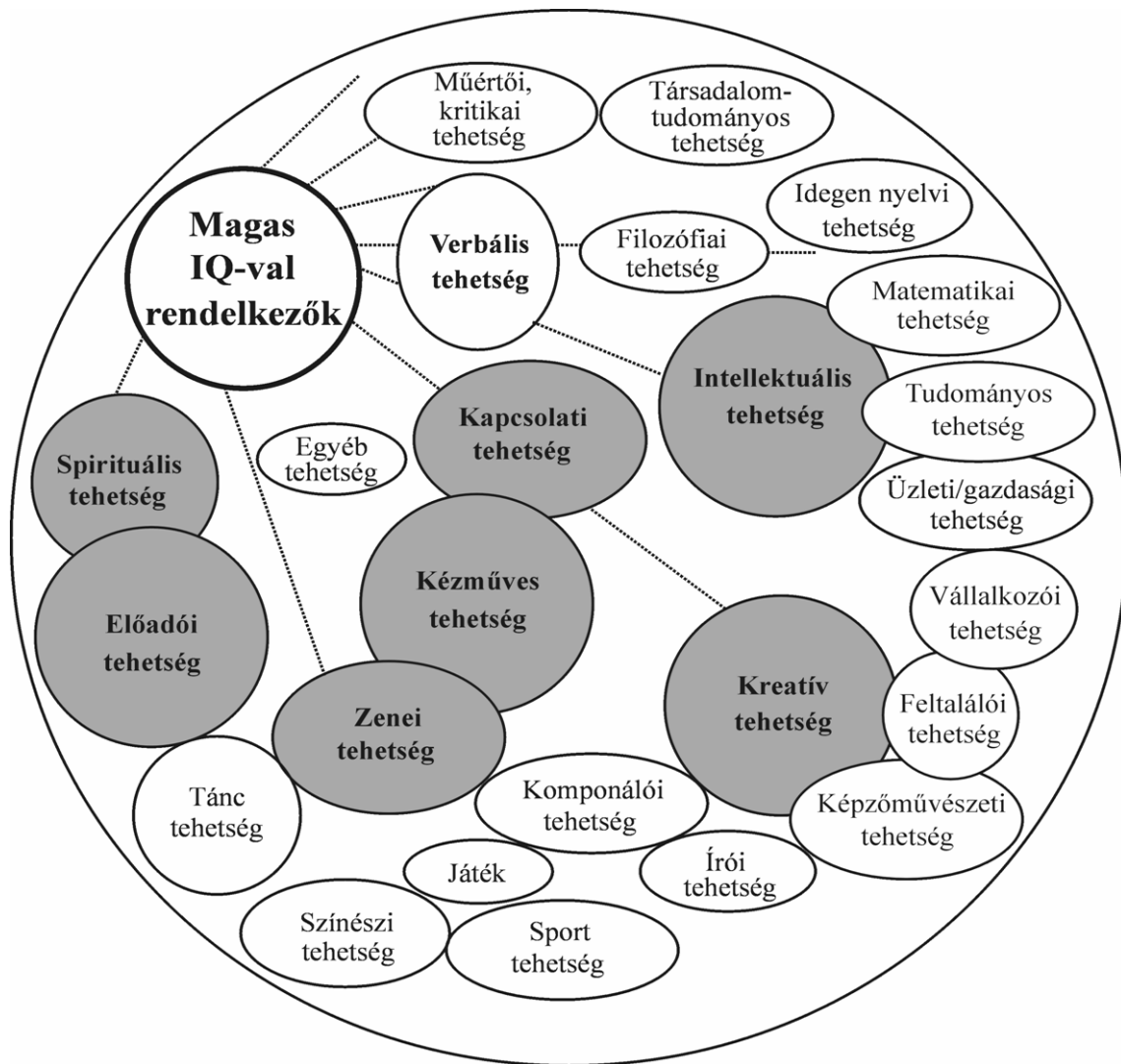
A tehetség vonatkozásában Piirto öt aspektust emel ki. Ezek a genetikai alapok, az emocionalitás, a kogníció szintje, a létező vagy kifejezett tehetség aspektusa, illetve a környezeti feltételek.

Alapvető szerepet tulajdonít a genetikai alapoknak. Modelljében a következő szint emocionális aspektusú személyiségjegyeket tartalmaz. Fölsorolja mindazokat a jegyeket, melyek alapfeltételül szolgálnak a tehetségnek. Itt nem csak az érzelmi életet jellemző jegyeket találunk, hanem erőteljes érzelmi színezetű, az intellektust

vagy épp a fizikumot mozgósító olyan jegyeket, melyek a kiemelkedő teljesítményt nyújtókat jellemzik. A modell következő feltételi szintje a minimális intellektuális kompetencia. Mint azt már korábban is jeleztük, több szerző is hangsúlyozza ennek szükségességét. Teszik ezt anélkül, hogy a tehetséget az intelligenciával azonosítanák. Jelen szerző Renzullira hivatkozva azt fogalmazza meg, hogy az intelligenciatesztben elért átlagon felüli pontszám elég a tehetség manifesztációjához. A kifejezett tehetség aspektusában az egy területen megnyilvánuló specifikus tehetségeket nevezi meg.

A környezeti aspektust a napocskák jelzik. Azonosul Mönks család és iskola „társadalmi pillérei”-vel, a társas mezőt viszont kiszélesíti a kortársakról a közösségre és kultúrára, átveszi Tannenbaum „véletlen” elemét, s a környezeti feltételeket kiegészíti egy nemi kategóriával. A modell alapján egy olyan tehetségterképet hoz létre, melynek alapja a magas IQ.

Piramis-modellje alapján elkészíti az úgynevezett „tehetségterkép”-et. Ez még sokkal differenciáltabban mutatja be a tehetségek sokszínűségét. Kitétetten mutatja a különféle tehetségek IQ függőségét. A tömör karikák a közvetlen függést hivatottak ábrázolni, az üres háttérűek pedig a tematikus kapcsolódási lehetőségeket szemléltetik.



5. ábra: Piirto-modell, differenciált tehetségfajták

A tehetségelméletek felsorolása korántsem teljes, inkább ízelítőt kívánunk adni az érdeklődő olvasóknak a további elmélyüléshez.

Tehetségnevelés tanórai keretekben és tanórán kívül

Amint az előző részben olvashattuk, nagyon sok kutató nagyon sokféleképpen értelmezi a tehetséget, ami a fogalom összetettségét mutatja. Mi most szorítkozzunk a közoktatásban résztvevő tanulókra! Vizsgáljuk meg, hogy mi jellemzi a tehetséges tanulót, miben tér el a kevésbé tehetséges társaitól, milyen cselekvési, tevékenységi, gondolkodási mód jellemzi iskolai és iskolán kívüli munkáját!

A korábban tapasztalt különböző értelmezésekből, felfogásokból egyértelműen kiderül, hogy a tehetséges tanuló másképpen gondolkodik, más cselekvési tervet készít, másképpen értékkel, más összefüggéseket keres stb., mint átlagos (kevésbé tehetséges) társai. Azt is megfigyelhetjük, hogy például a matematika, illetve a matematikai gondolkodás a legtöbb értelmezés külön területként van jelen. A matematikában tehetséges emberekre csodálkozva tekint az átlagember, mert számára szinte felfoghatatlan dologban rendelkezik naprakész, alkalmazható ismeretekkel.

Sokak számára külön világ a matematika, ami érthetetlen, megközelíthetetlen számukra. Ez nagy valószínűséggel annak is köszönhető, hogy a matematikatanulás, az ismeretszerzés folyamatába hiba csúszott. Ez a hiba lehet szakmai (az egymásra építettség, fokozatosság hibája), vagy didaktikai (sérülnek a tanítás-tanulás alapelvei). Sokszor a tanár személyisége is negatív hatással van a matematikai képességek kialakulására. Ugyanez igaz más tantárgyakra is.

A helyzetet még az is bonyolítja, hogy az egyes tevékenységek, tudományágak, kultúra, művészet különböző területeinek elsajátítása emberenként változó. Van olyan, aki maradandót alkot az egyik területen (ezen a területen tehetséges), de a másik területen csak átlagos teljesítést produkál.

Ha tömören szeretnénk válaszolni arra, hogy ki a tehetség, talán azt a választ adhatnánk, nem az, aki a megtanulandókat, a szabályokat, az algoritmusokat hiánymentesen, pontosan felsorolja, hanem az, aki ezen ismeretek birtokában problémamegoldásra, alkalmazásra képes. Ez bizonyos készségek meglétét feltételezi.

Niss (1999) nyolc ilyen készséget sorol fel:

- gondolkodás, következtetés
- érvelés
- kommunikáció
- modellezés
- a feladat megfogalmazása, megoldása
- ábrázolás, ábrák értelmezése
- szimbólumok, műveletek helyes használata
- eszközhasználat

Ezek a készségek szükségesek, de nem elégségesek ahhoz, hogy valakit tehetségnek tartsunk.

Gyarmathy (2001) szerint a jó teljesítmény háttérében még ezeken túl is sok összetevő van. Elengedhetetlen a kognitív képességek fejlettsége (általános értelmi képesség, mentális képesség), fejlett kreatív személyiségtulajdonságok (problémaérzékenység, eredetiség, ötletgazdagság stb.), jó személyiségjellemzők (motivációs tényezők) és megfelelő külső feltételek (életkor, szociokulturális háttér stb.) megléte is. Továbbá ha nem elég fejlettek, vagy hiányosak a gondolkodási műveletek, az nagymértékben csökkenti a képességek kialakulását, és ezáltal a tehetség kibontakozását.

Az eddig mondottakból is kiderül, hogy a tehetség – ezen belül a matematikai, az irodalmi, a művészeti, a természettudományi stb. tehetség – nagyon összetett, sokrétű, sok minden által befolyásolt, determinált, sok mindentől függő személyiségtulajdonság.

A matematikai tehetség jellemzői

A sokféle, sok területen felfedezhető tehetség közül vizsgáljuk a matematikai tehetséget. Már Platon (i.e. 427-347) is említette egy tudós társával való beszélgetés során:

„Hát azt megfigyelted-e már, hogy akiknek tehetségük van a számtanhoz, azok úgyszólván minden tanulmányban igen éles eszűek. Akik ebben edzik szellemüket, annyit bizonyára elérnek, hogy élesebb lesz a felfogásuk, mint azelőtt volt.”

Platon tehát – talán kis túlzással – azt állítja, hogy aki tehetséges a matematikában, az nagy valószínűséggel más területeken is jó teljesítményt produkál.

Mi most a matematikatanításon keresztül mutatunk meg mérési, tanítási-tanulási eljárásokat, mégpedig olyanokat, amelyek könnyen átvihetők más területekre is, továbbá olyan tulajdonságokat vizsgálunk, amelyek nemcsak a matematikai tehetséget, hanem általában a tehetséget jellemzik.

Mivel a fogalom nagyon összetett, joggal merül fel a kérdés: Hogyan ismerheti fel a tanár az osztályában a tehetséges tanulót? Hogyan lehet mérni a tehetséget, mégpedig úgy mérni, hogy az globális és objektív legyen? Ugyanis az iskola régióbeli elhelyezkedése, a beiskolázási környezet, a szociális háttér, a tanulók és a szülők igény szintje, a motiváció mind erősen befolyásolja mind a globalizációt, mind az objektivitást. Előfordulhat az az eset, hogy egy átlagos képességű tanulót is a tehetségesek közé sorol a tanár, ha a viszonyítási alap – például az osztály tanulóinak képzettsége, képessége – gyenge, vagy az átlagosnál gyengébb, és fordítva. Jó képességű, tehetséges tanulót is sorolhatnak az átlagosok – a nem kiemelkedők - közé, ha a viszonyítási alap – a környezet – nagyon jó. Mindkettő veszélyes, mert a valóságnak nem megfelelő, téves információkat szerez a diák, a tanár és a szülő.

Amikor viszont kilép szűkebb környezetéből a tanuló, és összeméri másokkal képességeit, jön a szomorú csalódás. Erre egy eklatáns példa a következő:

Évek óta e tanulmány egyik szerzője állítja össze a TIT Kalmár László Országos Matematika Verseny feladatsorait, és vezeti le a versenyt. Ezen az országos megmérettetésen az ország 19 megyéjének és Budapestnek azon két – két 3. és 4. osztályos tanulója vehet részt, akik a megyei versenyek első két helyén végeztek. Tehát mondhatjuk, hogy megyéjükben ők a legjobbak – azaz saját régiójukban, iskolájukban, osztályukban tehetségeseknek tartják őket. A versenyeredmények sok esetben megdöbbentőek. Szinte minden alkalommal találkoztunk több olyan tanulóval, akik a megszerezhető pontszámok 10 – 15 % - át, és olyanokkal, akik 85 – 90 % - át érték el. Ugyanez mondható el a fizika, a kémia, a biológia, a nyelvészet, az idegen nyelv stb. versenyekről is, és ez jellemző a magasabb korosztályra is.

Ez is azt mutatja, hogy a tehetség megítélése nagyon szubjektív, esetleges lehet, ha a mérőlapok összeállításakor, vagy a tanulói teljesítmények vizsgálatakor nem járunk el kellő körültekintéssel, és a tehetségekre jellemző tulajdonságok közül önkényesen preferálunk néhányat a többi jellemző vonás rovására. Például, ha valakinek jó a számolási készsége, az nem biztos, hogy matematikából is jó. A matematika lényegesen több, mint fogalmak, algoritmusok alkalmazásának elsajátítása. Ha valaki tehetséges a vers és prózamondásban, esetleg a költészetben, az nem biztos, hogy a helyesírásban is olyan jó. A példákat még hosszan lehetne sorolni.

Mint Vincze Szilvia (2004) tanulmányából kiderül, a perifériális összetevők, mint például a memória, lényegkiemelés, asszociáció, számolási készség, algoritmikus gondolkodás, emlékezet, megfigyelőkészség, koncentráció, problémaérzékenység stb. szükségesek a tehetséggé váláshoz, de nem elégségesek. A centrális összetevők, mint a kreatív gondolkodás, a következtetésekre való képesség, a mennyiségi gondolkodás magas szintű alkalmazása is nélkülözhetetlen ahhoz, hogy a tanuló tehetséggé váljon. Ezek után viszonylag könnyen választ adhatunk arra a kérdésre, hogy hogyan dönthető el egy tanulóról, hogy az tehetséges-e, vagy sem. Olyan mérőlapokat, tesztekkel kell készítenünk, amelyekkel az itt felsorolt tulajdonságokat mérni tudjuk.

Természetesen a mérőlapok tantárgyi tartalmat dolgoznak fel, de vigyáznunk kell arra, hogy ezekben a tartalmakban a tanulónál jelentkező esetleges hiányosságok ne

befolyásolják a pszichés tulajdonságok meglétére vonatkozó információszerzésünket. Mondjuk ezt annak tudatában, hogy alapvető – és az iskolai oktatásban egyre bővülő – ismeretek hiányában nem is beszélhetünk tehetségről.

Nézzük konkrétan, hogy mely tulajdonságokat kell vizsgálnunk, például a matematikai tehetség megállapításakor. (Ezen tulajdonságok zöme minden tárgy esetén megfigyelhető a tehetségeknél.)

1. Kreatív személyiségtulajdonságok (Czeglédy, 2004)

- problémaérzékenység,
- ötletgazdagság,
- rugalmasság,
- hajlékonyság,
- könnyedség,
- kidolgozottság,
- újrafogalmazás,
- eredetiség,
- transzferálás,
- kiterjesztés.

2. Gondolkodási műveletek (Lénárd, 1984)

- analízis,
- szintézis,
- absztrahálás,
- konkretizálás,
- specializálás,
- általánosítás,
- összehasonlítás,
- rendezés, rendszerezés,
- analógia,
- ítéletalkotás,
- bizonyítás,
- fogalomalkotás,

- lényegkiemelés,
 - transzferálás.
3. Algoritmikus gondolkodás, cselekvéssorozat végrehajtása
 4. Függvényszerű gondolkodásmód, összefüggések meglátása
 5. Értelmes, elemző olvasás, szövegértelmezés, szövegértés
 6. Következtetések levonása, következtetési sémák kialakulása
 7. Számolási készség
 8. Konstruációs képesség
 9. Ismeretek gyakorlati alkalmazása
 10. Kombinatorikus gondolkodásmód
 11. Térszemlélet
 12. Becslés, becslőt, kerekített értékkel való dolgozás
 13. Teljességre törekvés

(Czeglédy, 2007)

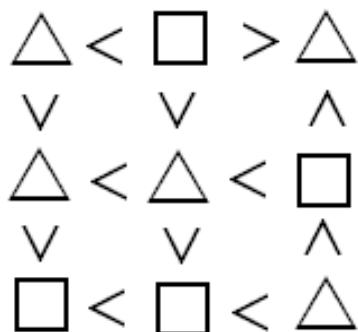
Ha végignéznünk ezen a felsoroláson, elmondhatjuk, hogy ennyi pszichés tulajdonsággal egy általános iskolai (sőt középiskolai, felsőoktatásban résztvevő) tanuló sem rendelkezhet. Annál tehetségesebb a tanuló, minél több ilyen tulajdonsággal rendelkezik.

Az is nyilvánvaló, hogy a gondolkodási műveletek megléte alapja (feltétele) a többi tulajdonság kialakulásának. Pszichológiai kutatások viszont kimutatták, hogy a formális gondolkodási műveletek 9 – 11 éves korban kezdenek kialakulni, vagy olyan szintet elérni, hogy a tudatos – viszonylag magas szintű – matematikai és egyéb tevékenységben hatékony szerepet játszanak. Korábbi időszakokban (6-10 éves korosztály) ezen gondolkodási műveleteknek csak csíráival, de az adott szinten jól alkalmazható képződményeivel rendelkeznek a tanulók. Ez viszont arra figyelmeztet, hogy az életkort, vagy ami ezzel szoros kapcsolatban van, a tanulók képességét, képzettségét figyelembe kell venni a mérőlapok, tesztek összeállításakor. Nem támaszthatunk irreálisan magas követelményeket a tanulókkal szemben. (Mondjuk ezt akkor is, ha a gondolkodási műveletek fejlettsége nem feltétlen életkorfüggő. Két 10 éves gyermek között is lehet akár 4 – 5 év fejlettségbeli különbség.)

Ezen elméleti fejtegetés után elemezzünk néhány matematikai feladatot a tehetségek ismerveinek tükrében! Olyan matematikai feladatok ezek, amelyek bárki számára érthetők, megoldhatók, akár behatóan foglalkozik a matematikával, akár nem.

5. osztályban mértünk a következő feladattal (Czeglédy, 2007):

- 1) Az ábrán látható \triangle - ekbe és \square - ekbe írd be az egész számokat 1-től 9-ig úgy, hogy az előre kijelölt $<$ és $>$ jelek igaz állításokat jelöljenek, és a \triangle - ekbe páratlan, a \square - ekbe páros szám kerüljön!



A feladat első ránézésre elég bonyolultnak tűnik. Az átlagosnál gyengébb képességű, képzettségű tanulók nem is tudnak vele mit kezdeni. Csak taláломra írnak bele számokat (van, amikor egy számot többször is), és előfordul olyan eset is, amikor nem csupán a rendelkezésre álló 9 számot használják fel. (Például 9 – nél nagyobb számot is írnak a keretekbe.)

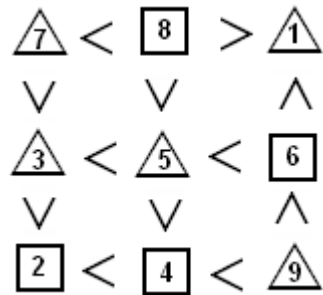
Ezek a tanulók nem elég fejlettek a kreatív személyiségtulajdonságok, valamint a gondolkodási műveletek terén, hiányosságai vannak az elemző, értő olvasásban, az algoritmikus és a kombinatorikus gondolkodásban, továbbá a következtetések levonásában.

Mi most reprezentálunk egy olyan megoldást, egy olyan tudatos cselekvéssort, amely jellemző lehet egy 5. osztályos tehetséges tanuló munkájára. (Zárójelbe írtuk a feltételezett pszichés tulajdonságokat.)

- a) Csak 1 – től 9 – ig terjedő számokat vesz figyelembe.
(Értő olvasás, problémaérzékenység, ítéletalkotás, bizonyítás, számolási készség.)
- b) A \triangle - ekbe csak páratlan számokat, a \square - ekbe csak páros számokat ír.
(Problémaérzékenység, ötletgazdagság, újrafogalmazás, analízis, konkretizálás, összehasonlítás, ítéletalkotás, lényegkiemelés, összefüggések meglátása, következtetés, értő olvasás.)
- c) A relációjeleknek megfelelően helyezi el a számokat.
(Problémaérzékenység, rugalmasság, hajlékonyság, kidolgozottság, újrafogalmazás, analízis, szintézis, specializálás, összehasonlítás, rendezés, konkretizálás, ítéletalkotás, bizonyítás, értő olvasás, algoritmikus gondolkodás, számolási készség, ismeretek gyakorlati alkalmazása, kombinatorikus gondolkodás.)
- d) A bal alsó sarokba a legkisebb páros számot (2), a jobb felső sarokba a legkisebb páratlan számot (1) írja. Erre a relációjelek irányából nyerhetünk ötletet.
(Problémaérzékenység, ötletgazdagság, kidolgozottság, újrafogalmazás, kiterjesztés, általánosítás, összehasonlítás, rendezés, rendszerezés, analógia, ítéletalkotás, lényegkiemelés, függvényszerű gondolkodásmód, értő olvasás, következtetési sémák, számolási készség, konstrukciós készség, kombinatorikus gondolkodás.)
- e) A jobb alsó sarokba csak a legnagyobb páratlan szám (9), a bal felsőbe pedig a nála közvetlen kisebb páratlan szám (7) kerülhet. Erre szintén a két kerethez vezető relációjelekből következtethetünk.
Problémaérzékenység, ötletgazdagság, rugalmasság, hajlékonyság, kidolgozottság, újrafogalmazás, kiterjesztés, analízis, szintézis, absztrahálás, konkretizálás, általánosítás, összehasonlítás, rendezés, analógia, ítéletalkotás, bizonyítás, lényegkiemelés, algoritmikus gondolkodás, értő olvasás, összefüggések meglátása, következtetések, számolási készség, kombinatorikus gondolkodás, teljességre törekvés.)

Kitölti az ábrát, mind a 9 számot teljesen elhelyezi az ábrán.

Miután a négy sarokba beírtuk a megfelelő számokat, viszonylag könnyen kiegészíthetjük, teljessé tehetjük a táblázatot:



A 8 – as beírása a legegyszerűbb, hiszen egyetlen olyan 9 – nél kisebb páros szám van, ami 7 – nél nagyobb. A 3 – as és az 5 – ös elhelyezése a következő lépés, hiszen már csak ez a két páratlan szám nem került be a táblázatba, és a < relációjel mutatja az elhelyezkedésüket. A további lépések is hasonlóan indokolhatók.

(Minden kreatív személyiségtulajdonság, minden gondolkodási művelet, a függvényszerű gondolkodás, következtetés, számolási készség, konstrukció, gyakorlati alkalmazás, kombinatorikus gondolkodás, teljességre törekvés.)

Mint látható, a feladat megoldásának lépései közben – ha nem ad hoc módon, hanem tudatosan oldják meg a feladatot a tanulók – szinte minden olyan adottság, képesség, képzettség, jártasság, készség előjön, ami a tehetséges tanulót jellemzi. Minél több hiányzik ezen pszichés tulajdonságok közül, illetve minél fejletlenebbek ezek a tulajdonságok, annál inkább esetlegesebb a tanulók munkája, annál inkább jellemző rá a próbálgatás, és ebből adódóan a hosszabb, bonyolultabb, és gyakran hibás, nem teljes megoldás.

A tudatos megoldás lépéseit használhatjuk fel, azon itemek megkonstruálásához, amelyekkel a tanulók pszichés tulajdonságainak meglétét, vagy hiányát tudjuk megállapítani, azaz a matematikai teljesítményből következtetünk a képességek, képzettségek fejlettségére.

Például egy ilyen itemsorozat (Czeplédy, 2007):

- a) Hozzákezd a feladathoz.
- b) Van értékelhető a munkájában.
- c) A \triangle - ekbe csak páratlan számokat ír.
- d) A \square - ekbe csak páros számokat ír.
- e) A bal alsó sarokba $2 - t$ ír.
- f) A jobb felső sarokba $1 - et$ ír.
- g) A relációjelnek megfelelnek a számok.
(Még ha a párosság – páratlanság esetleg nem is jó.)
- h) Legalább egy sort (vagy oszlopot) helyesen felír és nem ír rosszat
- i) A jobb alsó sarokba $9 - et$ ír.
- j) A bal felső sarokba $7 - et$ ír.
- k) Teljes és hibátlan a megoldás.

Természetesen egy – egy item több tulajdonság vizsgálatánál is szerepet kap.

A következőkben egy szöveges feladatot elemzünk. Az ilyen típusú feladattal jól mérhető az értelmes, elemző olvasás, a függvényszerű gondolkodás, a következtetésre való képesség, a konstrukciós képesség, az ismeretek gyakorlati alkalmazása, a becslés és a becsült értékkel való számolás, és nem utolsósorban egy sor kreatív személyiségtulajdonság, illetve gondolkodási művelet.

Elég csak arra gondolnunk, hogy problémaérzékenység, kidolgozottság, újrafogalmazás, analízis, szintézis, összehasonlítás, ítéletalkotás, bizonyítás, lényegkiemelés nélkül meddő próbálkozás a szöveges feladatok megoldása.

(Valójában ezért sorolják a nehéz feladatok közé a szöveges feladatokat a tanulók.)

A szintén 5. osztályosoknak szánt feladat a következő:

Orsi percenként 20 méterrel kevesebb utat tesz meg, mint Pisti, Géza percenként 10 méterrel többet, mint Orsi. Készíts rajzot és válaszolj a kérdésekre!

- a) Melyik gyerek halad a leggyorsabban?
- b) Pisti, vagy Géza halad gyorsabban?

- c) Ha hárman azonos irányba egyszerre indulnak el, akkor 60 perc múlva milyen messze lesz Orsi Pistitől; Orsi Gézától; Pisti Gézától?
- d) Ha Orsi 1 perc alatt 50 métert tesz meg, akkor 60 perc alatt hány métert tesz meg Pisti, és hány métert Géza?

(Czeglédy, 2007)

Míg az első három kérdés inkább gondolkodási műveletek, illetve a kreativitás fejlettségét méri, addig a d) kérdéssel a konkretizálás, az összehasonlítás, a rendezés, a rendszerezés, a következtetési sémák, az ismeretek gyakorlati alkalmazhatóságát mérhetjük.

A mérőlapok feladatainak megoldásából kiderül, hogy a tehetséges gyerekek megoldása a legtöbbször eredeti (nem a tanár által bemutatott megoldást reprodukálja), kérdés, felszólítás nélkül általánosít, kiterjeszt, bizonyít (indokol), törekszik a teljességre, és nagyon gyakran a tanár által nem mondott, vagy a könyvben le nem írt összefüggéseket is meglát.

Például csak a matematikai tehetségektől várhatjuk el azt, hogy ha megmutattuk, hogy bármely két különböző racionális szám, számtani közepe a két szám közé esik, azaz, $a < b$ esetén $a < \frac{a+b}{2} < b$ teljesül, akkor észrevegye azt, hogy bármely két különböző racionális szám között végtelen sok racionális szám van.

A matematikai példák gazdag kínálatot jelentenek a tehetséges tanulók matematikai képességeinek mérésére. Az is nyilvánvaló, hogy ezek a képességek, jártasságok, készségek nemcsak a matematikai tevékenységben mutatkoznak meg, hanem az élet egyéb területein is.

A fentiek igazolták, hogy a matematikai feladatok tudatos megoldása egy sor olyan tulajdonságot is fejleszt, amelyek más tantárgyaknál, a gyakorlati életben, a napi cselekvéssorozat megtervezésében meggyorsítják, rendszerezik, tudatossá teszik a tanuló tevékenységét. A matematikai tevékenység könnyen transferálható.

Tehetségfejlesztés tanórákon

Az ember nem születik kész képességekkel. Az öröklés erősen befolyásolja, nagymértékben meghatározza az ember megismerő folyamatának sajátosságait, de ezek az adottságok csak feltételei a tehetség kialakulásának. Csak a tárgyakkal, az eszközökkel, modellekkel, a technikával, a kultúrával való aktív kapcsolatok révén, tehát a társadalmi tényezőkkel való szoros együttműködéssel alakulnak ki a gondolkodási műveletek, a kreatív személyiségtulajdonságok és a többi korábban felsorolt tehetségekre jellemző ismérv. Ha a személyi, tárgyi feltételek adottak, akkor a matematikával (illetve a többi tantárggyal) való aktív kapcsolat révén megindulhat a matematikai (illetve természettudományos, humán tudományi művészeti, stb.) képesség struktúrájának – és ezzel együtt a tehetségeket jellemző tulajdonságoknak – a kialakulása.

Vizsgáljuk meg, hogy melyek azok a tényezők, amelyek feltételei a tehetségek kialakulásának. (Természetesen a tanulók örökletes sajátosságain túl.)

- 1) Megfelelő környezet. (Ösztönzés a jó teljesítményre.)
- 2) Magas társadalmi, iskolai szülői igény szint.
- 3) Erős tanulói (belső) motiváció.
- 4) A tananyag tartalma. (Érdekesség, korszerűség, felépítettség, alkalmazhatóság, az életkornak megfelelő színvonal.)
- 5) Az optimálisan megválasztott munkaforma, módszer, eszköz.
- 6) A megfelelő tárgyi feltételek.
- 7) Hozzáértő, kreatív, tehetséges pedagógus, nagy szakmai tudással, jó módszertani kulturáltsággal, magas didaktikai felkészültséggel, pedagógiai tapintattal.

A felsorolás utolsó négy pontja az, ami döntő szerepet játszik az iskolai tehetségfejlesztésben. Ezt az utolsó négy pontot ismét a matematikai ismeretsajátítás keretén mutatjuk be úgy, hogy más tantárgyakra is alkalmazható legyen.

A tananyag tartalmát meghatározza a tanterv. Sajnálatos, hogy a kerettantervek nem szolgálják a tehetségfejlesztést, hanem az úgynevezett „tömegoktatásra”, az alapok, a minimumok elsajátíttatására ösztönzik a pedagógust.

Elég kiemelnünk az óraszámok drasztikus csökkentését, majdnem változatlan tananyag tartalom mellett, és a nem szakrendszerű képzés favorizálását 5. és 6. osztályokban. Például 5. osztályban – iskolától függően – a heti matematika órák számát 5-ről 4-re, vagy 4-ről 3-ra csökkentették. Ez a 20-25%-os óraszámcsökkentést jelent, miközben a megtanítandó tananyagot nem csökkentették. Ez a pedagógusok zömét – tehetségfejlesztés tekintetében – szinte megoldhatatlan probléma elé állítja az órán.

A nem szakrendszerű oktatás általánossá tétele – azaz 5. és 6. osztályban alsó tagozatos tanítók tanítanak például a matematikát, az irodalmat, a nyelvtant, a művészeteket képességfejlesztés címszó alatt – azt eredményezné, hogy éppen a legfontosabb, a megalapozó, előkészítő szakaszban a tehetségfejlesztésre képzett tanárokat „eltiltják” a saját szakjuk tanításától.

E két példából is kiderül, hogy a hazai oktatásunk vezetőinek intézkedései egyáltalán nem szolgálják a tehetségfejlesztést.

Ebbe beletörödni nem szabad. Minden iskolának, minden pedagógusnak törekedni kell arra, hogy a tehetségesnek tartott tanulókkal külön foglalkozzunk tanórán kívül is, pótolva azt a hiányt, amit a tehetséges tanulók elszenvednek a tanórákon. (Szakkörök, versenyekre felkészítő foglalkozások stb.) Az ilyen foglalkozásokon lehet túllépni a kötelező minimumon, itt lehet megmutatni a tantárgy szépségét, itt lehet kialakítani – sok sikerélménnyel – a tantárgy iránti belső motivációt, itt szárnyalhat a tehetséges gyerek fantáziája.

Viszont elmondható, hogy az előbb említett hátrányok kompenzálására – talán érezve a tehetséggondozásra leselkedő veszélyt – nagyon sok olyan kiadványt jelentettek meg, amely kifejezetten tehetséges gyerekeknek készült, akár önálló feldolgozásra is. Ebben az esetben az a pedagógus feladata, hogy a megfelelő irodalmakat ajánlja a tanulóknak, feldolgozási, megoldási útmutatókat adjon, és végül közösen elemezzék a megoldásokat.

Az optimálisan megválasztott munkaforma, módszer, eszköz erősen csökkentheti az előzőekben mondott hátrányokat. A tanórai differenciálás, a csoportmunka, az individualizált foglalkoztatás lehetővé teszi, hogy minden – vagy majdnem minden – tanuló a saját adottságának, képességének, képzettségének megfelelő ütemben, szinten, minőségben, mennyiségben sajátítsa el a tananyagot. A tehetséges tanulókat inkább önálló munkára buzdítjuk, a mindenkitől elvárt minimumnál lényegesen többet kérünk (és adunk) nekik mind mennyiségben, mind minőségben.

Ha a pedagógus szakmai, pedagógiai-pszichológiai felkészültsége, módszertani kulturáltsága jó, akkor el tudja érni azt, hogy a tanulók ne készen kapják az ismereteket, ne passzív befogadók legyenek, hanem aktív, felfedező munkával vegyenek részt az ismeretszerzésben.

Csak tanári előadással, ismeretek közlésével még az átlagos, vagy annál gyengébb tanulók esetében sem tudunk kialakítani tartós, alkalmazható, értékes ismereteket. A tehetséges, jó matematikai képességű tanulóknál meg egyenesen bűn ennek a módszernek a túlzásba vitele.

Fontos, hogy érvényesüljenek a Pólya-féle tanítási-tanulási alapelvek (Pólya, 1977)

- az aktív tanulás elve,
- az egymást követő fázisok elve,
- a legjobb motiváltság elve.

Bármelyik alapelvet megsértjük, akkor sérül a korábban felsorolt, a tehetséges tanulókra jellemző sajátosságok kialakítása, kialakulása is.

A tehetséges tanulókra is érvényes a matematikai ismeretelsajátítási folyamatra vonatkozó skempi alapelv (Skemp, 1975)

„Definíció segítségével senkinek nem közvetíthetünk az általa ismerteknél magasabb rendű fogalmakat, hanem csakis oly módon, hogy a megfelelő példák sokaságát nyújtjuk. Minthogy a matematikában az előbb említett példák majdnem mind különböző fogalmak, ezért mindenekelőtt meg kell győződnünk arról, hogy a tanuló rendelkezik ezekkel a fogalmakkal.”

Ez a skempi alapelv teljesen összhangban van a Pólya-féle alapelvekkel. Ez is az aktív tanulást, a felfedeztetést, az egymásra építettséget, a fokozatosságot sugallja. A matematikából kevésbé képzett tanuló a megfelelő példákból, a manipulatív tevékenységből éppen annyit fedez fel, ami a kevésbé fejlett matematikai tevékenységhez szükséges, míg a jó matematikai képességekkel rendelkező, tehetséges tanuló a tapasztalatok feldolgozása után új kapcsolatokat, összefüggéseket fedezhet fel, új megoldási módszereket találhat, és más területen is próbálja alkalmazni ismereteit. Így biztosítható az, hogy minden tanulóból a legtöbbet hozzuk ki, akár felzárkóztatásra szorul, akár tehetséggondozásban vesz részt. Kis módosítással ezek az alapelvek minden tantárgynál érvényesíthetők.

A megfelelő tárgyi feltételek, az ismeretek elsajátításában alkalmazott eszközök, modellek szintén nélkülözhetetlenek a tehetséggondozásban.

Bármelyik korosztályú tanulócsoportot is tekintjük, például a száraz úgynevezett „krétamatematikával” unalmassá tesszük mind az ismeretszerzést, mind a gyakorlást, az alkalmazást. Viszont az eszközökkel történő cselekvés, a manipulatív tevékenység, a tananyag társasjátékos, versenyszerű feldolgozása révén a tanuló játszva tanul, nem tekinti fáradságos komoly munkának az ismeretszerzést, holott tudjuk, hogy a szellemi tevékenység az egyik legfárasztóbb munka.

Ennek az elméletnek egyik magyar úttörője volt Dienes Zoltán, aki olyan eszközöket, modelleket, játékokat, eljárásokat, mozgásokat fejlesztett ki, amelyekkel kisgyermek kortól felnőtt korig mindenki szívesen dolgozott, s játszva tanult meg nagyon komoly matematikai fogalmakat, ismereteket, szabályokat, algoritmusokat. Hasonló eszközök, esetjátékok, versenyek stb. minden tantárgy tanításában nélkülözhetetlenek.

Csak két olyan könyvet említünk Dienes Zoltán munkáiból, amelyek nem hiányozhatnak egy matematikatanár könyvespolcáról sem:

Dienes Professzor játécai (Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1989)

Építsük fel a matematikát (SHL Hungary Kft, Budapest, 1999)

Az eszközökkel, modellekkel való, játékos formában történő felfedezettő tanulást nevezzük **természetes tanulásnak**. Ez könnyed, szórakoztató, érdekes, és ebből adódóan kevésbé fárasztó, míg a rossz értelemben vett hagyományos tanulás, az értelmezés, definiálás, tétel-kimondás, bizonyítás, alkalmazás, vagy az értelem nélküli verbális ismeret-elsajátítás (magolás), a „szájbarágós” műelemzés stb. – azaz a **mesterséges tanulás** – fárasztó, kimerítő kevésbé hatékony.

A tehetséggondozás, a tehetségek kialakítása és fejlesztése eredményesen csak természetes tanulás útján valósítható meg.

A pedagógus személyisége meghatározó a tehetségek kiválasztásában, fejlesztésében.

Túlzás nélkül állíthatjuk, hogy csak nagy szakmai tudású, kreatív, jó módszertani kulturáltságú pedagógus képes a tanulóknál a tehetséget – annak minden jellemzőjével – a felszínre hozni. Az ilyen tanárt jellemzi az érdeklődés felkeltése és magas szinten tartása, a többirányú vizsgálatra való törekvés, a jó előadói készség, a magas szintű problémamegoldás és még hosszan lehetne sorolni. A tanuló legyen bármilyen korú, igyekszik tanárát „utánozni”, gondolkodásmódját, tevékenységét követni, és ebből adódóan sajátjává válnak azok a tulajdonságok, amelyek a tehetséget jellemzik. (Ez természetesen csak akkor igaz, ha a tehetséghez szükséges örökletes tényezők megvannak a tanulóban.)

A fentiek igazolására elég felidézünk nagy tudósoknak, akadémikusoknak, felfedezőknél a rádióban, TV – ben, az írott sajtóban elhangzott nyilatkozatait. Ők a tehetségük felfedezését, kialakulását, fejlesztését egyértelműen a jó tanári indíttatásnak tulajdonítják.

Végül nézzünk ismét egy matematikai példát arra, hogy egy sokak által unalmasnak, érthetetlennek tartott tananyagot hogyan lehet úgy megtanítani, hogy az még az átlagos, vagy az átlagosnál gyengébb képességű tanuló számára is érdekes, érthető, és ezáltal jól elsajátítható legyen. (Itt is fő szempontnak tartottuk azt, hogy a matematikával behatóan nem foglalkozók is megérthessék és megoldhassák a problémát.)

Ez a tananyag: műveletek az egész számok körében. Az általános iskola 5. és 6. osztályaiban tanítjuk ezt az anyagrészt, és sok nehézséget jelent a tanulók számára, amit az is mutat, hogy sok 8. osztályos, sőt középiskolás tanuló rendszeresen téveszt ezen műveletek végzése közben.

Ennek valószínűleg az is oka lehet, hogy a tanárok a felfedeztetés, a természetes tanulás helyett a receptek adását, a szabályok verbális bevésését, azaz a mesterséges tanulást helyezik előtérbe, ezzel is megsértve a Pólya-féle alapelveket.

Egy feladaton keresztül vizsgáljuk meg, hogy az egész számok összeadásában, kivonásában, szorzásában, osztásában milyen eszközökkel, módszerekkel, hogyan tudjuk érvényesíteni az egymásra építettséget, a fokozatosságot, a begyakoroltatást, az alkalmazást.

Megállapodunk abban, hogy egy körlap 0, (+1)-et, (1 Ft készpénzt), egy négyzetlap \square , (-1-et), 1 Ft-ról szóló adósságcédulát jelent.

Rögtön adódik az első kérdés: $0 + \square = ?$

Hány forint vagyonom van, ha 5 Ft készpénzem (+5), és 5 Ft-ról szóló adósságcédulám van. $+5 + (-5) = 0$

Ehhez hasonló bevezető feladatok után tárgyaljuk a műveleteket. Figyeljük meg a fokozatosságot és az egymásra építettséget!

1) $(+3) + (+5) = +8$ $ooo + ooooo = 8o$

2) $(-3) + (-4) = -7$ $\square\square\square + \square\square\square\square = 7\square$

3) $(+5) + (-4) = +1$ $ooooo + \square\square\square\square = 1o$

Hiszen $o + \square = 0$, így 1 körlap lesz tevékenységünk eredménye.

4) $(+2) + (-5) = -3$ $oo + \square\square\square\square\square = 3\square$

Két körlap és két négyzetlap összege 0, így 3 négyzetlap marad, ami éppen (-3)-at jelent.

Ebből látható, hogy az egész számok összeadása szépen modellezhető, hiszen csak egymás mellé kell tenni a lapokat, a nullákat elvenni az asztalról és a maradékot megszámlálni.

Az egész számok kivonása egy kicsit bonyolultabb, de szépen modellezhető ez is.

1) $(+5) - (+3) = +2$ $o o \cancel{o} \cancel{o} \cancel{o}$

2) $(-5) - (-2) = -3$ $\square \square \square \cancel{\square} \cancel{\square}$

Egyszerű elvétellel szemléltethető a művelet

3) $(+3) - (+5) = ?$

3 körlapból 5 körlapot nem tudunk elvenni, így a + 3 Ft vagyonomat másképpen kell előállítani.

Például: $o o o = o o o o \square = o o o o o \square \square = o o o o o o \square \square \square = \dots$ (Végtelen sokféleképpen írhatjuk fel a (+3)-at egészek összegeként: $+3 = (+4) + (-1) = (+5) + (-2) = (+6) + (-3) = (+7) + (-4) = \dots$)

Ezek után elvégezhetjük a műveleteket

$o o o = o o o o o o \square \square \square \quad \cancel{o} \cancel{o} \cancel{o} \cancel{o} \cancel{o} (\cancel{o} \cancel{o}) \square \square$

Elvettük az 5 körlapot és a nullát, így maradt két négyzetlap, azaz (-2).

$(+3) - (+5) = -2$

A stratégia az, hogy úgy pótoljuk a lapokat nullákkal, hogy a művelet modellezhető legyen.

4) $(-2) - (-6) = +4$

$\square \square = \square \square \square \square \square \square o o o o \quad \cancel{\square} \cancel{\square} \cancel{\square} \cancel{\square} \cancel{\square} \cancel{\square} o o o o$

A hat négyzetlap elvétele után marad 4 körlap, (+4).

5) $(+3) - (-2) = +5$

$o o o = o o o o o o \square \square \square \quad o o o o o (\cancel{\square} \cancel{\square}) \cancel{\square} \cancel{\square}$

A 2 □ és a nulla elvétele után marad 5 o, (+5).

6) $(-3) - (+2) = -5$

$\square \square \square = \square \square \square \square \square \square o o o \quad \square \square \square \square \square (\cancel{\square} \cancel{\square}) \cancel{\square} \cancel{\square}$

A megfelelő lapok elvétele után marad 5 □, (-5).

Ezeknél a manipulatív tevékenységeknél fontos a lépések sorrendje – fokozatosság, egymásraépítettség –, továbbá az, hogy minden egyes lépés után a tárgyi tevékenység jelenjen meg matematikai szimbólumokkal is.

Felszólítás: „Írjuk le a matematika nyelvén!” Ez a matematikai absztrakcióhoz nélkülözhetetlen.

A következőkben a különböző előjelű számok szorzására mutatunk be egy példasort. Az alsó tagozatos tanulmányokból ismerik a gyerekek a szorzandó, szorzó, szorzat fogalmakat.

Például a $2 \cdot 3 = 6$ egyenlőségben a 2 a szorzandó, a 3 a szorzó és 6 a szorzat. Jelentése: 2-t háromszor vesszük összeadandóul, azaz $2 \cdot 3 = 2 + 2 + 2 = 6$

Erre építve tudjuk megmutatni az egész számok körében végzett szorzást adósság – készpénz modellel. Az alaphelyzet az, hogy pontosan annyi körlap van az asztalon, mint négyzetlap. (Értéke 0.)

1) $(+2) \cdot (+3) = +6;$ $o o + o o + o o = 6 o$

Két körlapot háromszor teszünk az asztalra, és megszámlolom.

6 körlap lesz az asztalon, értéke (+6).

2) $(-2) \cdot (+3) = -6;$ $\square \square + \square \square + \square \square = 6 \square$

Két négyzetlapot rakok az asztalra háromszor, és megszámlolom.

6 négyzetlap lesz az asztalon, értéke (-6).

Amikor a szorzó pozitív egész szám, akkor mindig hozzátesszük az asztalon lévő lapokhoz (a 0 - hoz) a szorzásnak megfelelő lapokat.

3) Ha a szorzó negatív egész szám, akkor a lapokból elveszük a szorzásnak megfelelő számú lapokat, és a nullákat (o; \square).

$(+2) \cdot (-3) = -6$

$o o o o o o o o o \square \square \square \square \square \square \square \square \square$

$(\cancel{o} \cancel{o})(\cancel{o} \cancel{o})(\cancel{o} \cancel{o}) o o o o \square \square \square \square \square \square \square \square \square$

(+2)-t, azaz 2 körlapot elveszünk háromszor, és a 0-kat (o; \square) elvéve megszámloljuk a „maradékot”. Ez jelen esetben 6 négyzetlap, tehát a szorzat eredménye (-6).

$$4) \quad (-2) \cdot (-3) = +6$$

o o o o o o o o o o □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

o o o o o o o o o o □ □ □ □ (∅ ∅) (∅ ∅) (∅ ∅)

(-2)-t, azaz 2 négyzetlapot elveszünk háromszor, a nullákat is elveszük, majd megszámoljuk a maradékot. Ez 6 körlap lesz, tehát a szorzat eredménye (+6).

Itt is felhívjuk a figyelmet a fokozatosságra és az egymásraépítettségre.

Az osztást visszavezetjük a szorzásra. Erre már nem szükséges külön példasort kreálni.

Például: $(-6) : (+2) = -3$, mert $(-3) \cdot (+2) = -6$.

Gondoljuk el azt, hogy milyen nehézséget jelentene a tanulónak az, ha az itt bemutatott algoritmust minden példa nélkül megtanulatnánk vele.

Például két különböző előjelű egész szám összegénél a következő értelmezést kellene megtanulnia a tanulónak:

Két különböző előjelű számot úgy adunk össze, hogy a nagyobb abszolútértékű szám abszolútértékéből kivonjuk a kisebb abszolútértékű szám abszolútértékét és az összeg előjele megegyezik a nagyobb abszolútértékű szám előjelével.

$$(-5) + (+3) = -2$$

$$|-5| = 5; \quad |+3| = 3; \quad 5 - 3 = 2.$$

Mivel $|-5| > |+3|$, ezért az összeg előjele „-” lesz.

Ez a fajta értelmezés szinte felfoghatatlan a tanuló számára, legyen akár tehetséges, jó matematikai képességű is, míg a cselekvések során szerzett tapasztalatok feldolgozása révén észrevétlenül válik belsővé ez a nehéz matematikai ismeret még az átlagos, vagy annál gyengébb tanuló esetében is.

Mivel a matematika nagyon absztrakt tudomány, mindig célszerű konkrétumokkal előkészíteni a fogalmak, ismeretek kialakítását.

A Műszaki Tankönyvkiadó által kiadott Hajdu-féle tankönyvcsalád – ami 1. osztálytól 12. osztályig tartalmaz tankönyveket, kézikönyveket, feladatgyűjteményeket,

mérőlapokat, eszköztárat, megoldási útmutatókat – felépítése olyan, hogy az megfelel az itt leírtaknak. Mindig cselekedtetéssel, tapasztalatgyűjtéssel indít, ennek segítségével kiemeli a lényegét, sejtéseket fogalmaz meg, összefüggéseket tár fel, majd ezután fogalmazza meg a definíciókat, tételeket, és az algoritmusokat, végül gyakorlati példákon alkalmazza a megtanult ismereteket. Ez az út teljes összhangban van Skemp és Pólya, valamint Dienes tanítási-tanulási alapelveivel.

Minden tantárgynál fellelhetők ilyen tankönyvcsaládok, eszközök, segédanyagok. Egy-egy tankönyvcsalád óriási segítség azoknak a pedagógusoknak, akiknek a szakmai, pedagógiai-pszichológiai felkészültsége hiányos, továbbá a tanulónak az önálló tanuláshoz, illetve a szülőnek, ha segíteni akar gyermekének a tanulásban.

Végül zárjuk ezt a kis tanulmányt egy rövid összeggel. A tehetség óriási kincs. A tehetségek viszik a vállukon a társadalmat, a gazdaságot, a kultúrát, a művészetet, a tudományt, hogy csak néhány területet emeljünk ki.

Tehetségek nélkül egy ország a szürke átlagba, vagy az alá süllyedne, más országok kiszolgálója lenne, a szegénység, a sivárság lenne rá jellemző. Éppen ezért szükséges az, hogy az oktatásunk minél több kreatív, jó problémamegoldó képességgel rendelkező, széles látókörű, divergens gondolkodású, azaz tehetséges embert neveljen ki. A társadalomtól pedig az a minimális elvárás, hogy ezeket a tehetségeket felkarolja, értékelje, megbecsülje.

Felhasznált irodalom:

- Balogh László – Tóth László (2000) Fejezetek a pedagógiai pszichológia köréből I. Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen
- Balogh László (2008) Tehetségpont Konferencia PowerPoint bemutató, Debrecen
- Czeglédy István (2004) Matematika tantárgypedagógia. Főiskolai jegyzet, Bessenyei Kiadó, Nyíregyháza.
- Czeglédy István (2007) A 10 éves tanulók matematikai képességeinek fejlettsége egy felmérés tükrében. Tudásbázis és Pedagógusképzés, Nyíregyházi Főiskola.
- Csermely Péter (2006) Innováció és tehetséggondozás. Magyar Szemle Online, letöltve 2008. 09. 23.
- Dienes Professzor játéka (Műszaki Könyvkiadó, Budapest 1989)
- Építsük fel a matematikát (SHL Hungary Kft, Budapest, 1999)
- Gyarmathy Éva (1998) Tehetség és a tanulási zavarokkal küzdő kiemelkedő képességű gyerekek. Magyar Pedagógia 98. évf. 2. szám 135-153.
- Gyarmathy Éva (2001) A tehetségekről. Arany János Tehetséggondozó Program Intézményeinek Egyesülete, Miskolc.
- Gyarmathy Éva (2008) Csodagyerekek és a tehetség. www.lelekbenotthon.hu/modules/letoltve/2008_04_27.
- Gyarmathy Éva (2009) IQ és tehetség. OTKA tanulmány, MTA Pszichológiai Kutatóintézet, Budapest.
- Habermann M Gusztáv (1989) A „tehetség” értelmezése, a tehetséges tanulók kiválasztásának módszerei. In.: Tehetséggondozás az iskolában, szerk.: Ranschburg Jenő, Tankönyvkiadó, Budapest.
- Herskovits Mária – Geffert Éva (1994) A tehetség meghatározásai és összetevői. In.: A tehetségfejlesztés pszichológiája (szöveggyűjtemény) szerk.: Balogh László-Herskovits Mária-Tóth László, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen

- Horváth György (1991) Az értelem mérése. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Kürti Jarmila (1982) Kreativitásfejlesztés kisiskoláskorban. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Landau E. (1974) A kreativitás pszichológiája. Tankönyvkiadó Budapest.
- Mihály Ildikó (2004) Különleges tehetségű gyerekek – megold(hat)atlan iskolai problémák?, Új Pedagógiai Szemle, letöltve [www.oki.hu/oldalrol 2008. 09.23.](http://www.oki.hu/oldalrol/2008.09.23)
- Niss (1999) Competencies and subject description. Uddanneise, 9.
- Pólya György (1977) A gondolkodás iskolája. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Richard R. Skemp (1975) A matematikatanulás pszichológiája. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Tóth László (2000) A tehetségesek tanítása. Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen
- Tóth László (2008) Tehetségdefiníciók. Tehetség, XVI. évf. 2. szám 3-4.
- Vincze Szilvia (2004) A kreativitás és a matematikai teljesítmény kapcsolata. 15 év a tehetségekért: elmélet és gyakorlat, Debreceni Egyetem.